

דיאגרמת סמית - מחשבון גרפי למהנדסי רדיו

פרופ' עלי לוי, מכללת אפקה להנדסה ElyL@afeka.ac.il



דיאגרמת סמית על שם מציאה פיליפ סמית (1905-1987) היא מחשבון גרפי יחיד במינו שנועד לסייע למהנדסי רדיו בתכנון מובילי גלים, קווי תמסורת ורכיבים אלקטרוניים בתדרים גבוהים. ההצגה הדו-ממדית של מספרים מרוכבים מאפשרת לעבור בקלות בין המשתנים: אימפדנסים, אדמיטנסים, מקדמי החזרה ויחסי גלים עומדים. נסקור כאן את מהלך חייו של פיליפ סמית ואת השימוש הגאוני בדיאגרמה שלו – הן בהנדסת רדיו והן ככלי מתימטי מבריק בתורת המספרים.



פיליפ סמית 1905-1987

קורות חייו של פיליפ סמית

פיליפ האגאר סמית נולד בלקסינגטון מסצ'וסטס בתאריך 29 אפריל 1905. בעת לימודיו במכללת Tufts (לימים אוניברסיטה) הפך לחובב רדיו ואות הקריאה שלו היה 1ANB. הוא סיים תואר ראשון בהנדסת חשמל בשנת 1928 והצטרף לחברת הטלפונים בל בניו ג'רסי, בה עבד ברציפות 42 שנה. עבודותיו הראשונות עסקו בפיתוח אנטנות כיווניות עבור שידורי AM ועבור שידורים בגלים קצרים HF לאירופה ולדרום אמריקה. למרות שעיקר עיסוקו היה באנטנות,

נטה פיליפ סמית לחקור את נושא קווי התמסורת המזיניים את האנטנות (לרוב זוג חוטים מקבילים) ואת תיאום האימפדנסים הדרוש לכך. שיטת המדידה המקובלת במעבדות בל היתה להניע מדיד תרמי (Thermo-couple) לאורך קו התמסורת ולמדוד את המתח המתפתח עליו בתלות בעוצמת השדה החשמלי, ולמעשה – למדוד את הגלים העומדים לאורך הקו. פיליפ סמית פיתוח עזרים גרפיים שונים לתיאור הגלים העומדים, אשר סוכמו לבסוף באופן ממצה בדיאגרמה מוכללת אחת הידועה בשם "דיאגרמת סמית". הדיאגרמה תוארה במאמר [1]

P.H. Smith, "Transmission Line Calculator", Electronics, Vol. 12, No.1, pp. 29-31, January 1939.

לאחר מכן שופרה במאמר נוסף [2]

P.H. Smith, "Improved Transmission Line Calculator", Electronics, Vol. 17, No.1, 130, January 1944.

הראשונים להשתמש באופן מסיבי בדיאגרמה היו דוקא מדעני מעבדת המכ"ם MIT Radiation Laboratory שפיליפ סמית הגדיר אותם כלקוח הראשון שלו. כתב העת Microwave Journal הקדיש בשנת 1958 סידרה בת שש כתבות עוקבות לתיאור הדיאגרמה ויישומיה. פיליפ סמית עצמו הרחיב את ההסברים ופירסם בשנת 1969 את הספר [3]

P.H. Smith, Electronic Applications of the Smith Chart in Waveguide, Circuit and Component Analysis, McGraw Hill, 1969, Noble Publishing, 1995 and 2000.

פיליפ סמית נטל חלק במשימות טכנולוגיות היסטוריות יוצאות דופן. בשנת 1942 השתתף בפיתוח אחד המכ"מים הראשונים בעולם מדגם SCR-268 ולאחר מכן השתתף בתכנון המכ"מים DEW-LINE, NIKE-ZEUS, SAFE-GUARD. הוא השתתף בפיתוח משדרי FM רבי עוצמה ופירסם פטנט על הקואכס האופטימלי לנשיאת הספק גבוה. הוא סיפר שהיה זה אחד הפטנטים הפשוטים שפורסמו אי פעם – התביעה היחידה שנטענה היתה שהיחס בין הקוטר החיצוני והקוטר הפנימי צריך להיות 1.65.

פיליפ סמית נישא לרוזין בשנת 1930 ונולדו להם שלושה ילדים: דונלד (נולד 1932), סטפן (נולד 1936) ושרון (נולדה 1945). בשנת 1958 נישא לאניטה ובשנת 1964 נולדה להם בת הזקונים פני שהמשיכה בדרכו והיתה מהנדסת אלקטרוניקה. הוא פרש ממעבדות בל בשנת 1970 לאחר שפירסם 35 מאמרים ו-30 פטנטים על אנטנות וקווי תמסורת ונפטר בשנת 1987. רוב החומר המתאר את חייו לקוח ממראה מקום [13].

מבנה ועקרונות דיאגרמת סמית

דיאקרמת סמית מציגה את האימפדנס (או האדמיטנס) לאורך קו תמסורת ובאותה עת, ועל אותם צירים, את מקדם ההחזרה המרוכב (ואת יחס הגלים העומדים). היא מהווה אפוא מתמר חזותי בין שני משתנים מרוכבים. בעזרת הוראות פעולה פשוטות יחסית ניתן לא רק להתמיר בין משתנים אלא גם לתכנן מעגלי תיאום אופטימליים לאורך הקו.

לעיתים עולה הטענה שסמית לא היה הראשון שהמציא את הדיאגרמה המיוחדת וקדמו לו דיאגרמות דומות שפורסמו ברוסיה (על ידי Volpert) וביפן. אכן, שנתיים לפני סמית פירסם מהנדס רדיו יפני בשם Mizuhashi Tosaku מחברת הטלגרף היפנית דיאגרמה כמעט זהה במאמר [4]

Mizuhashi Tosaku, "Theory of Four Terminal Impedance Transformation Circuit and Matching Circuit", The Journal of the Institute of Electrical Communication Engineers in Japan, pp. 1053-1058, December 1937.

עמוד אחד מן המאמר מובא כאן בשלמותו והתרגום מיותר. כמו כן לעיתים מושמעת הטענה כי תורת קווי התמסורת כבר היתה ידועה היטב בשנות השלושים של המאה הקודמת. אכן שנים רבות לפני סמית כבר פותחה תורה שלמה ועקבית של קווי תמסורת ועקרונות תיאום האימפדנסים. אין מחלוקת כי הבסיס המתמטי הונח על ידי Campbell במאמר [5]

G.A. Campbell, "Physical Theory of the Electric Wave Filter", The Bell System Technical Journal, Vol. 1, No.2, pp. 1-32, November 1922.

אשר ההקדמה עברו מובאת כאן בשלמותה. העורך מדגיש כי ההתפתחות העתידית של התקשורת האלקטרונית תדרוש שידור מספר גדול והולך של הודעות טלפון וטלגרף על אותו זוג חוטים ואף מספר גדל והולך של שידורי רדיו דרך האתר. בייחוד יהיה צורך להפריד בין ערוצי המורס לבין ערוצי הטלפון.

נמצא אפוא כי חוקרים ומהנדסים רבים עסקו בקווי תמסורת, מובילי גלים ורכיבי רדיו ופיתחו דרכים שונות לחקירתם ולהפעלתם. פיליפ סמית ללא ספק היה מבכירי העוסקים בנושאים אלו בשנות השלושים והארבעים של המאה הקודמת והצליח להנציח את המחשבון הגרפי בצורה כה משכנעת עד כי אין לתאר עבודות הנדסיות בגלי רדיו בלעדיו.

נסמן את המתח המתפתח לאורך קו התמסורת (או מוביל גלים) באות $V(z)$. נוכל לרשום את המתח כסכום של גל מתקדם וגל חוזר:

$$(1) \quad V(z) = V_+(z) + V_-(z)$$

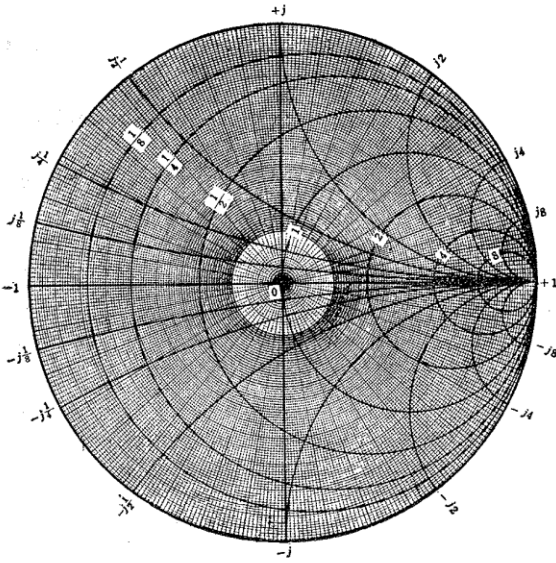
וכן:

$$(2) \quad V(z) = V_+ [\exp(-\beta z) + \Gamma \exp(\beta z)]$$

כאשר β הוא מקדם ההתפשטות ו- Γ הוא מקדם ההחזרה.

$$(3) \quad \Gamma(z) = V_-(z) / V_+(z) = |\Gamma| \exp(\beta z) / \exp(-\beta z) = |\Gamma| \exp(2\beta z)$$

רואים שלאורך קו תמסורת חסר הפסדים מקדם ההחזרה הוא וקטור מסתובב עם פאזה משתנה ("פאזור"). נציין כי גם קו תמסורת עם הפסדים ניתן לתיאור בדרך דומה אלא שהערך המוחלט של מקדם ההחזרה דועך לאורך הקו. האימפדנס לאורך הקו ניתן על ידי:



第一圖 反射係数 γ の Z_{01} (及 Z_{02}) に對する圓線圖

即ち (1) 式の四端子常数が定まれば (4) 及 (6) 式によつて W_{01} 及 W_{02} と θ が得られる。次に Z_2 が與へられれば $Z_2/W_{02}=Z_{02}=x+jy$ が定まるから圖上に於て r_2 を指定出来る。之に (23) を適用して r_1 が求まり、之を圖上で指定すれば $x+jy=Z_{01}=Z_1/W_{01}$ によつて變換される Z_1 が得られる。

II. 整合回路の一般論

Z_2 なるインピーダンスを特性インピーダンス Z_1 なる回路に整合さす爲に挿入する回路を整合回路と云ふのであるから之も一種のインピーダンス變成器である。處で Z_2 及 Z_1 を共に純抵抗と考へて R_2 及 R_1 としても、之は Z_2 及 Z_1 のリアクタンス分を消す様に何等かのリアクタンスを挿入することによつて實現出来るから理論の一般性を失ふことはない。實際抵抗 R_2 を R_1 に變換することこそ變成の眼目であつて抵抗が不變でリアクタンスだけが變つてもそれは變成器とは言へないのである。だから之より暫らく抵抗變成器として理論を進めて見る。

先づ整合回路は電力の損失のない、電力を自由に通過さすものでなければならぬ。従つて傳達常數 θ は純虚數でなくてはならないし、又影像インピーダンスは正の實數でなければならぬ。従つて (21) (22) 及 (23) により、 r_1 も r_2 も共に實數であり、又 $|r_1|=|r_2|$ である。

この事から次の 3 通りの場合に分類出来る、即ち

$r_1=r_2=0$, $r_1=r_2$ 及 $r_1=-r_2$ である。以下順次この各場合について述べよう。

(1) $r_1=r_2=0$

この時は反射が全々ないのであるから、言はば進行波の動作であつて、抵抗は夫々影像インピーダンスと同じければよい、即ち

$$R_1=W_{01}, R_2=W_{02} \dots\dots (25)$$

である。この場合には整合回路は明らかに對稱でないのであるから、之は非對稱型と呼ぶことにする。

(2) $r_1=r_2$

この時は (23) によつて、 $\theta=jn\pi$ であるから、 $\cosh \theta = \pm 1$ となり、(6) 式によつて、 $AD=1$ となる。従て (2) 式により $BC=0$ となる。そして W_{01} と W_{02} が共に有限でなければ傳達が行はれないのであるから (4) によつて

$$B=C=0$$

となる。この事は四端子回路の基本式を用

ば

$$E_1=AE_2, I_1=DI_2$$

と云ふ事であり、端子 2 で短絡すれば $E_1=0$ となり又端子 2 を開放をすれば $I_1=0$ となるから、回路に直列のアームも並列のアームもないことになる。而して變成の作用だけを有するものであるから、之は所謂理想的變成器(勵磁電流も漂遊インダクタンスもない)を指すものである。變成比を ϕ とすれば

$$\phi^2 = \frac{R_2}{R_1} = \frac{W_{02}}{W_{01}} = \frac{D}{A} \dots\dots\dots (26)$$

で、 ϕ を回路常數に歸結出来る。

(3) $r_1=-r_2$

この時には (23) 式によつて、 $\theta=j(2n+1)\pi/2$ であるから、 $\cosh \theta = 0$ となり、(6) 式によつて、 $AD=0$ となる。そして W_{01} と W_{02} とが共に有限なる爲に

$$A=D=0 \dots\dots\dots (27)$$

でなければならぬ。従て (3) によつて、之は對稱型となる。

(21) 及 (22) 式によつて、インピーダンスの間の關係は $R_1R_2=W_{01}W_{02}$ となり、之に (4) の値を入れれば

$$R_1R_2=B/C \dots\dots\dots (28)$$

に一般化することが出来る。而してこの關係は全く對稱であるから R_1 と R_2 とは可逆である。

1937 年 Mizuhashi 氏の論文

Physical Theory of the Electric Wave-Filter

By GEORGE A. CAMPBELL

NOTE: The electric wave-filter, an invention of Dr. Campbell, is one of the most important of present day circuit developments, being indispensable in many branches of electrical communication. It makes possible the separation of a broad band of frequencies into narrow bands in any desired manner, and as will be gathered from the present article, it effects the separation much more sharply than do tuned circuits. As the communication art develops, the need will arise to transmit a growing number of telephone and telegraph messages on a given pair of line wires and a growing number of radio messages through the ether, and the filter will prove increasingly useful in coping with this situation. The filter stands beside the vacuum tube as one of the two devices making carrier telegraphy and telephony practicable, being used in standard carrier equipment to separate the various carrier frequencies. It is a part of every telephone repeater set, cutting out and preventing the amplification of extreme line frequencies for which the line is not accurately balanced by its balancing network. It is being applied to certain types of composited lines for the separation of the d.c. Morse channels from the telephone channel. It is finding many applications to radio of which multiplex radio is an illustration. The filter is also being put to numerous uses in the research laboratory.

הקדמה למאמרו של Campbell משנת 1922

$$(4) \quad Z(z) = \frac{V_+ \exp(-\beta z) [1 + |\Gamma| \exp(2\beta z)]}{(V_+/Z_0) \exp(-\beta z) [1 - |\Gamma| \exp(2\beta z)]}$$

כאשר Z_0 הוא האימפדנס האופייני של קו התמסורת (נתון גיאומטרי שאינו תלוי במיקום). אם ניקח קו תמסורת בעל אימפדנס אופייני Z_0 המועמס על ידי עומס מרוכב Z_L כלשהו, הרי האימפדנס המקומי בכל נקודה על הקו יהיה:

$$(5) \quad Z(z) = Z_0 \frac{Z_L + jZ_0 \tan(\beta z)}{Z_0 + jZ_L \tan(\beta z)}$$

דיאגרמת סמית הינה תיאור דו ממדי של האימפדנס המקומי (משוואה 5) ושל מקדם ההחזרה המקומי (משוואה 3). הדיאגרמה מורכבת מאוסף מעגלים ראשון, שכולם עוברים דרך הנקודה הימנית ביותר בדיאגרמה ומבטאים את החלק הממשי R ומאוסף מעגלים שני שכולם יוצאים מאותה נקודה ימנית ומבטאים את החלק המדומה X , כמודגם באיור 1. כל מקום בשטח הדיאגרמה ניתן לתיאור על ידי מספר מרוכב $R+jX$ כאשר החלק הממשי מסומן על מעגל

מסוים מן האוסף הראשון והחלק המדומה מסומן על מעגל אחר מן האוסף השני, כמודגם באיור 2. הציר האופקי מתאר אימפדנסים ממשיים בלבד והמעגל החיצוני מתאר אימפדנסים מדומים בלבד. חצי המעגל העליון מבטא ערכי X חיוביים, כלומר השראות ואילו חצי המעגל התחתון מבטא ערכי X שליליים, כלומר קיבוליות.

תנועה לאורך קו התמסורת מבוטאת על ידי וקטור מסתובב אשר מרכזו במרכז הדיאגרמה $1+0j$ וקצהו הוא העומס Z_L כפי שהוגדר על ידי שני המעגלים הרלבנטיים. רדיוס הוקטור המסתובב שווה לערך המוחלט של מקדם ההחזרה $|\Gamma|$. ערכו של מקדם ההחזרה מופיע מתחת למעגל על פני הסרגל השלישי המסומן בהתאם REFLECTION COEFFICIENT ואילו יחס הגלים העומדים לאורך הקו מופיע מתחת למעגל על פני הסרגל הראשון המסומן בהתאם SWR (יחס הגלים העומדים הוא רלבנטי גם למתח וגם לזרם).

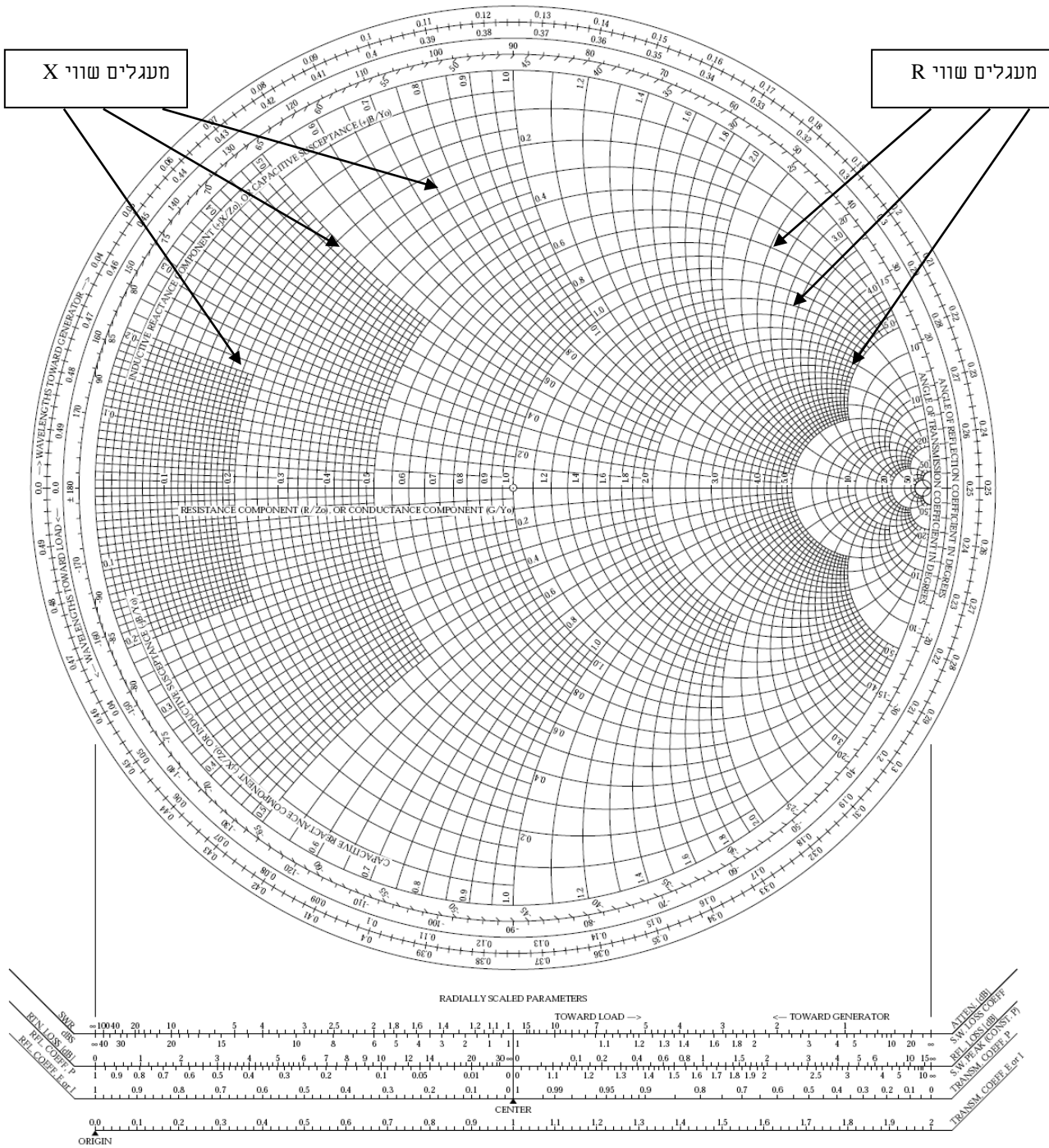
יש לקחת בחשבון כי ערכי האימפדנסים צריכים להיות מנורמלים ביחס לאימפדנס האופייני של הקו. למשל, עבור קו בעל אימפדס אופייני של 50Ω עומס של $100+50j$ יסומן לפי $2+1j$. הפאזה של מקדם ההחזרה בכל נקודה ונקודה מסומנת על פני המעגל החיצוני של הדיאגרמה. תנועה מן העומס אל הגנרטור תהיה בכיוון השעון ותנועה מן הגנרטור אל העומס תהיה נגד כיוון השעון. על המעגל החיצוני של הדיאגרמה מסומן גם אורך התנועה באורכי גל. יצוין כי סיבוב שלם על פני הדיאגרמה מבטא תנועה לאורך חצי אורך גל.

נדגים עתה את השימוש הבסיסי ביותר בדיאגרמת סמית על פי איורים 3-4. בהינתן ערכו של העומס החיצוני (load), נמצא את הנקודה המתאימה מבחינת מעגלי R ומבחינת מעגלי X . כעת נסמן פאזור שמרכזו בנקודה $1+0j$ וקצהו בנקודת העומס כמתואר באיור 3. תנועה מן העומס אל הגנרטור היא תנועה על המעגל המרכזי בכיוון השעון כמתואר באיור 4. ערכו של מקדם ההחזרה נמצא מן הסרגל הישר התחתון מתחת לדיאגרמה. ברור שגם האימפדנס וגם מקדם ההחזרה הם משתנים מחזוריים של המיקום לאורך קו התמסורת. ככל שהמעגל קטן יותר כך העומס מתואם יותר טוב לקו. עומס אידאלי הוא $1+0j$ כלומר מרכז הדיאגרמה והאימפדס נשאר קבוע לאורך הקו (וכן מקדם ההחזרה הוא קבוע וערכו 0).

אם קו תמסורת אינו מתואם כראוי ניתן לתאם אותו על ידי מגוון אמצעים כגון שנאי רבע אורך גל, חיבור רכיבים מקובצים או הוספת קטעי קו במקביל או בטור (גדמים). מובן שניתן לבצע חישובים ותיאומי אימפדנסים מורכבים בהרבה. נציין גם כי במכשירי מדידה בתדרי רדיו ניתן למצוא במקרים רבים תצוגת סמית בתלות בתדר. הקורא המעוניין במידע נוסף יכול להיעזר בספרי עיון ובמאמרים כמו למשל [9]-[6] או באתרי אינטרנט כמו למשל [13]-[10].

The Smith Chart

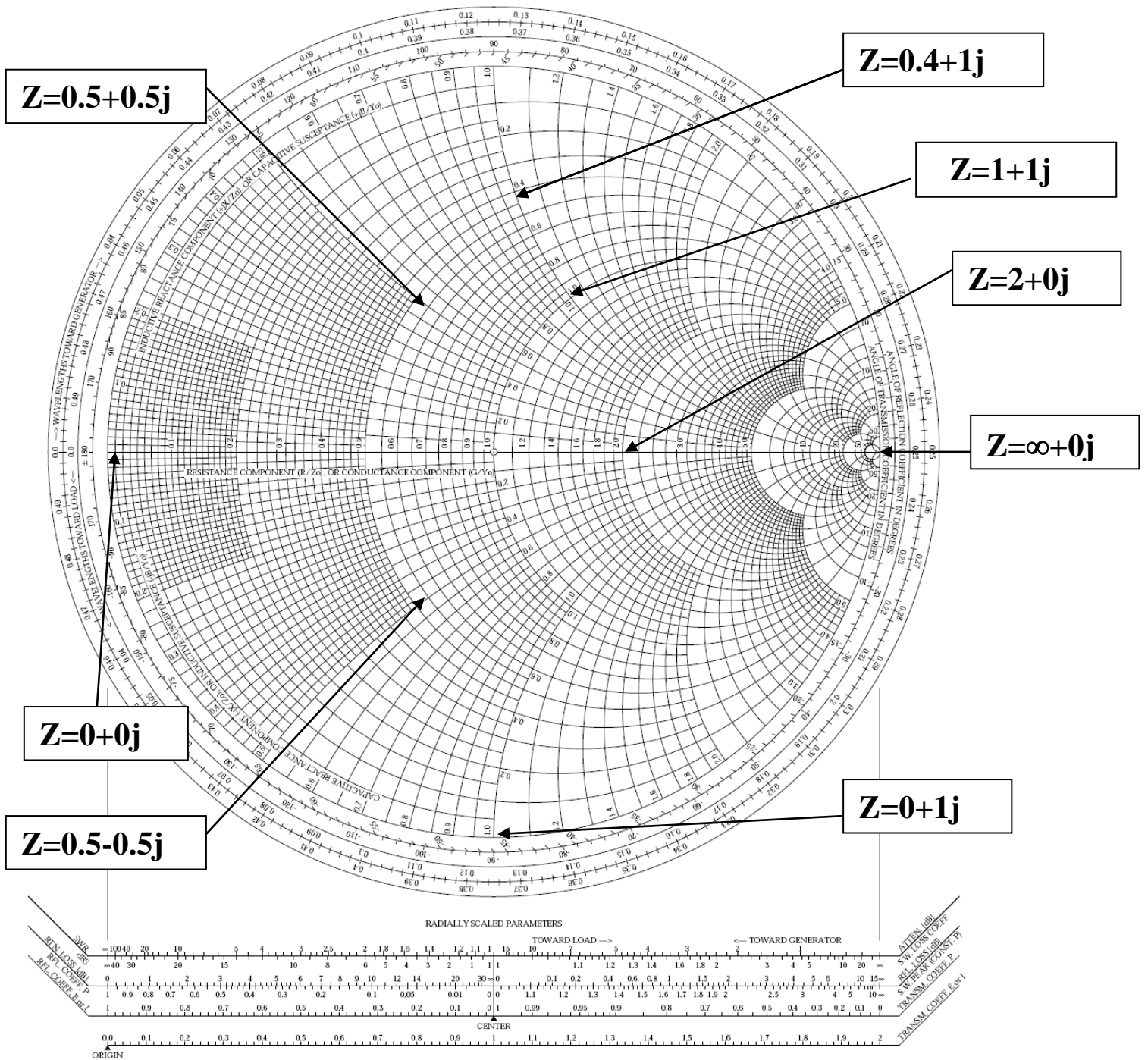
Microwaves101.com



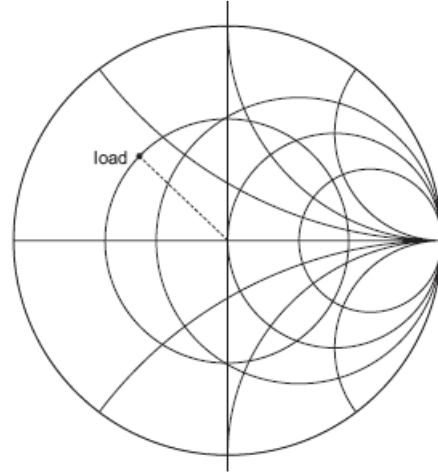
איור 1 דיאגרמת סמית – מעגלים שווי R ומעגלים שווי X

The Smith Chart

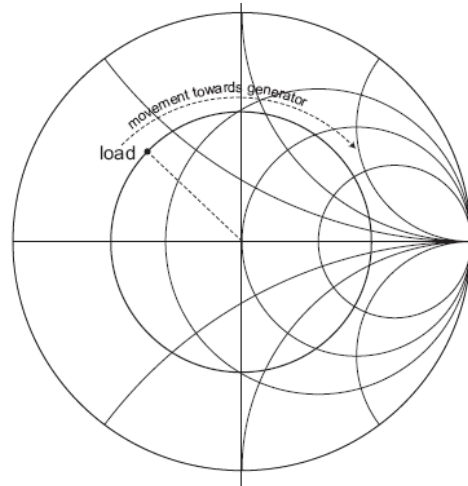
Microwaves101.com



איור 2 דיאגרמת סמית - דוגמאות של ערכי אימפדנס מרוכבים



איור 3 עבור עומס הממוקם בעזרת מעגלי R ומעגלי X מסמנים פאזור של מקדם ההחזרה המקומי



איור 4 תנועה לאורך קו התמסורת לכיוון הגנרטור היא תנועה על המעגל המרכזי בכיוון השעון

הקסמים המתמטיים של דיאגרמת סמית

דיאגרמת סמית אינה רק מכשיר לתיאום קווי תמסורת, אלא היא נושאת בחובה עומק מתמטי מיוחד של תורת המספרים. עיקר ענינה הוא בהתמרת צמדי מספרים מרוכבים בין הצגה קרטזית לבין הצגה פולרית (התמרת מיביוס). כזכור, האימפדנס מסומן על ידי המספר המרוכב:

$$(6) \quad Z = r + jx$$

ואילו מקדם ההחזרה מסומן על ידי המשתנה המרוכב:

$$(7) \quad \Gamma = u + jv$$

היות וקיים קשר מובנה בין האימפדנס לבין מקדם החזרה לפי :

$$(8) \quad Z = (1 + \Gamma) / (1 - \Gamma)$$

נוכל למצוא גם כי :

$$(9) \quad r + jx = \frac{(1 + u) + jv}{(1 - u) - jv} = \frac{(1 + u + jv)(1 - u - jv)}{(1 - u)^2 + v^2}$$

ומכאן :

$$(10) \quad r = \frac{1 - u^2 - v^2}{(1 - u)^2 + v^2}$$

$$(11) \quad x = \frac{v(1 - u) + v(1 + u)}{(1 - u)^2 + v^2}$$

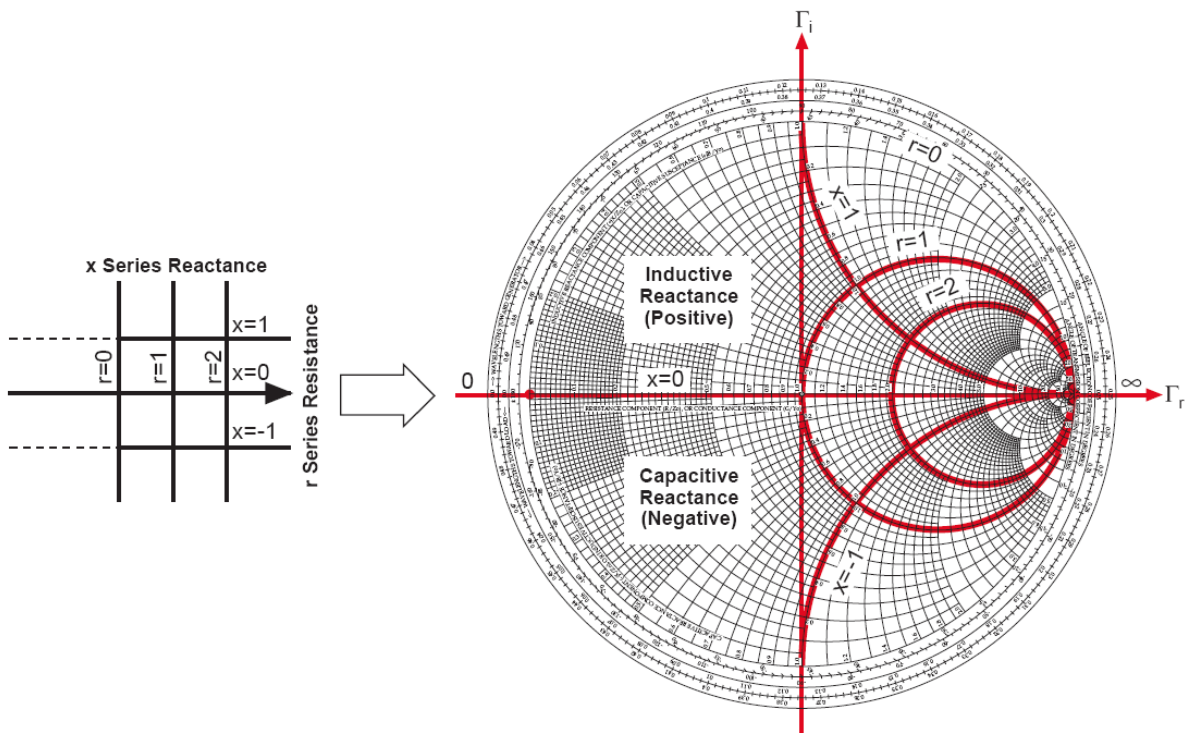
ולבסוף מקבלים משוואות גיאומטריות של מעגלים במישור (u, v) :

$$(12) \quad \left(u - \frac{r}{1+r}\right)^2 + v^2 = \frac{1}{(1+r)^2}$$

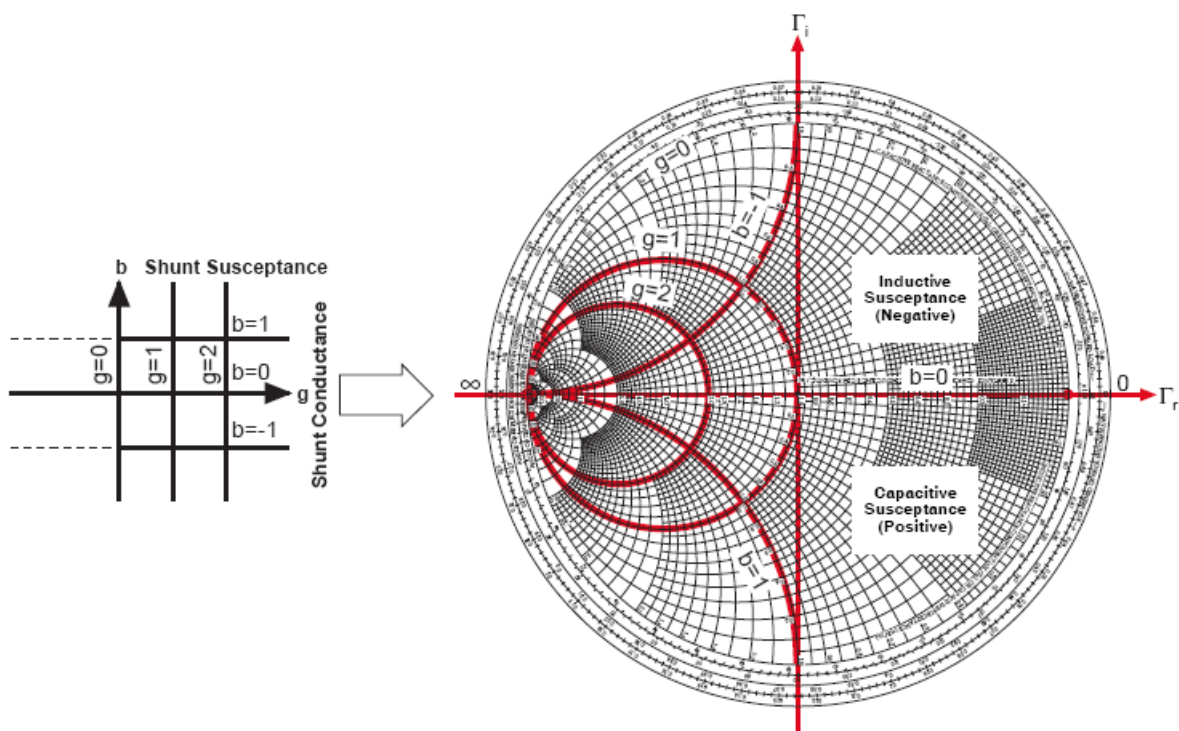
$$(13) \quad (u - 1)^2 + \left(v - \frac{1}{x}\right)^2 = \frac{1}{x^2}$$

קווים אנכיים וקווים אופקיים במישור (r, x) מותמרים למעגלים במישור (u, v) , למשל כמודגם באיורים 5-6. מעגלים עם מקדם החזרה קבוע או יחס גלים קבוע מתוארים באיור 7, קווים של ערך מוחלט קבוע של האימפדנס מתוארים באיור 8 וקווים של פאזה אימפדנס קבועה מתוארים באיור 9.

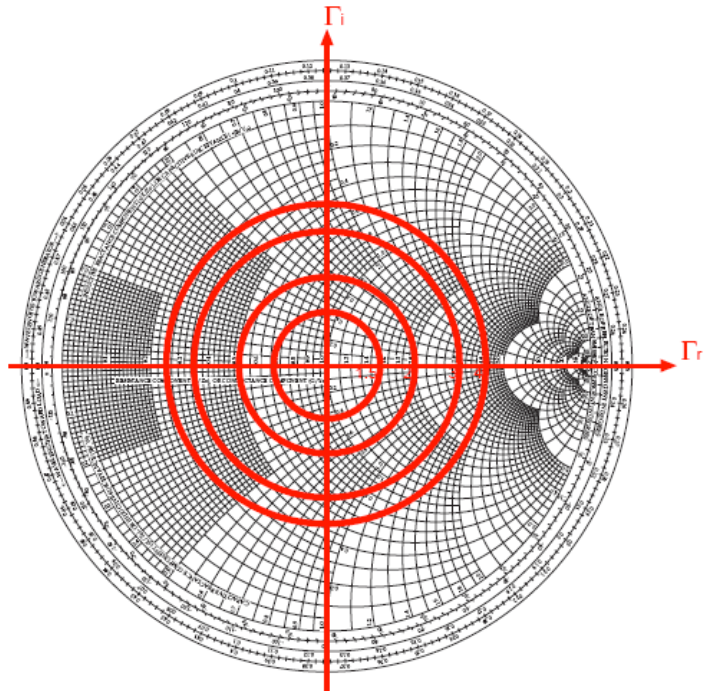
ראינו אפוא כי דיאגרמת סמית מאפשרת ביצוע פעולות מתימטיות מהירות במספרים מרוכבים – הן לעבור ממישור אחד למישור שני והן לעבור מהצגה קרטזית להצגה פולרית. לא רבים יודעים, אך דיאגרמת סמית מאפשרת גם חישובים אלגבריים וטריגונומטריים של מספרים ממשיים. נסיים בכמה דוגמאות.



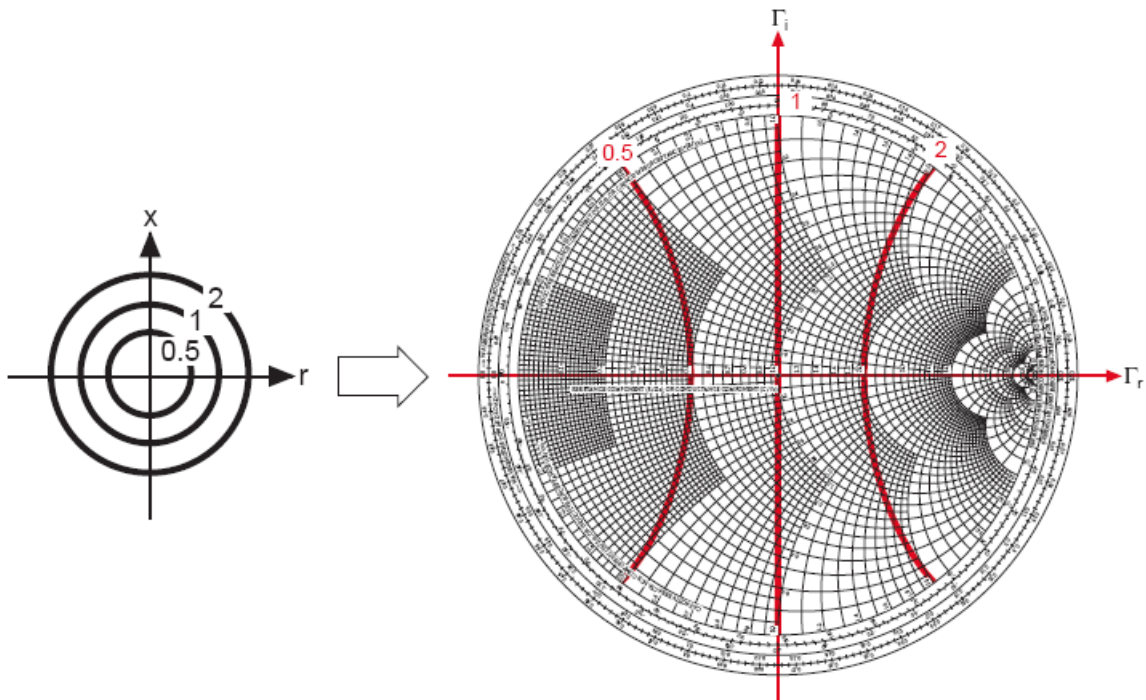
איור 5 דיאגרמת סמית מיפוי אימפדנסים $r = 0,1,2$ $x = -1,0,1$



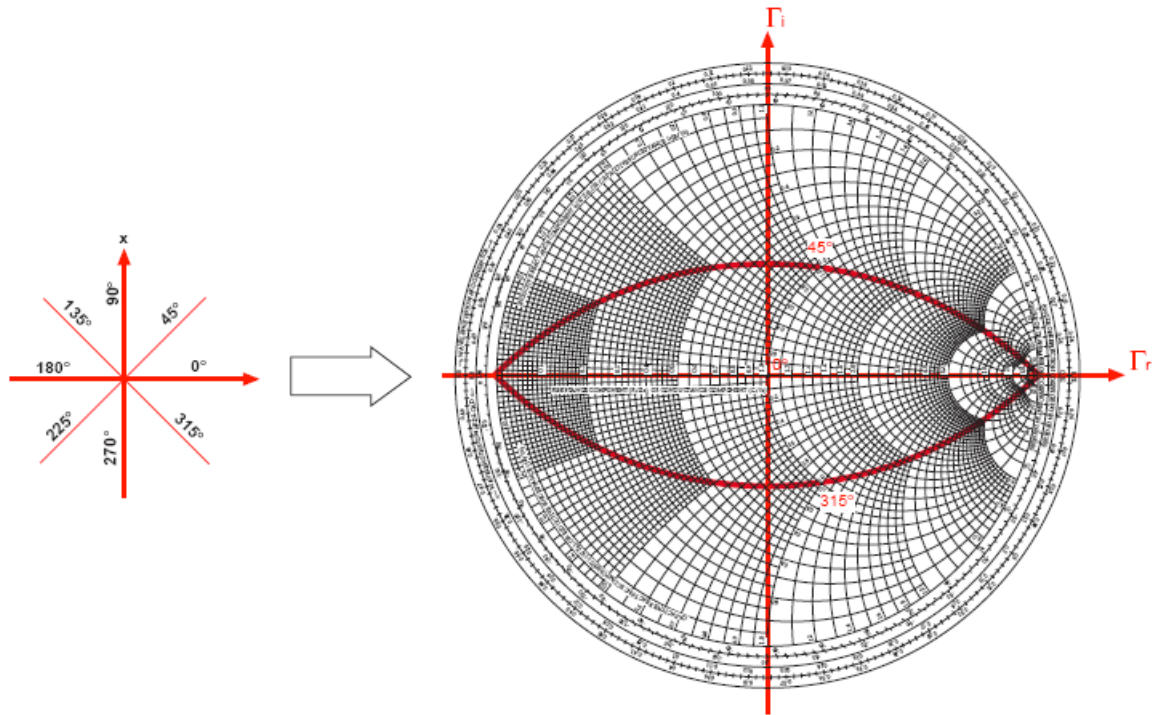
איור 6 דיאגרמת סמית מיפוי אדמיטנסים $g = 0,1,2$ $b = -1,0,1$



איור 7 דיאגרמת סמית מעגלים שווי VSWR



איור 8 דיאגרמת סמית מעגלים שווי אימפדנס (ערך מוחלט) $|Z| = 0.5, 1, 2$



איור 9 דיאגרמת סמית מעגלים שווי אימפדנס (פאזה) $\varphi = 0,45,90,135... \text{ deg}$

הוצאת שורש \sqrt{c}

אם נדקור נקודה כלשהי $r=c$ על הציר הממשי (האופקי), ונעביר אנך לציר הממשי, האנך יחתוך את המעגל החיצוני בנקודות jx שהן $x=\sqrt{c}$ (למעלה) $x=-\sqrt{c}$ (למטה).

העלאה בריבוע c^2

באופן דומה, אם נדקור נקודה כלשהי על המעגל החיצוני בנקודת $jx=\sqrt{c}$ ונוריד אנך לציר הממשי, האנך יחתוך את הציר האופקי בנקודה $r=c$.

כפל $c = a \times b$

אם נדקור נקודה על המעגל החיצוני בנקודה $jx1=a$ ונקודה שניה על המעגל החיצוני בנקודה $-jx2=b$ ונחבר בין שתי הנקודות, הקו המחבר יחתוך את הציר הממשי בנקודה $r=ab=c$.

חילוק $b = c / a$

באופן דומה, נדקור נקודה בציר הממשי $r=c$ ונקודה על המעגל החיצוני $jx1=a$ ונחבר ביניהן. הקו המחבר יחתוך את המעגל החיצוני בחלק התחתון בנקודה $-jx2=b$.

ממוצע הנדסי $c = \sqrt{ab}$

נבצע כפל axb ומן התוצאה c נוציא שורש.

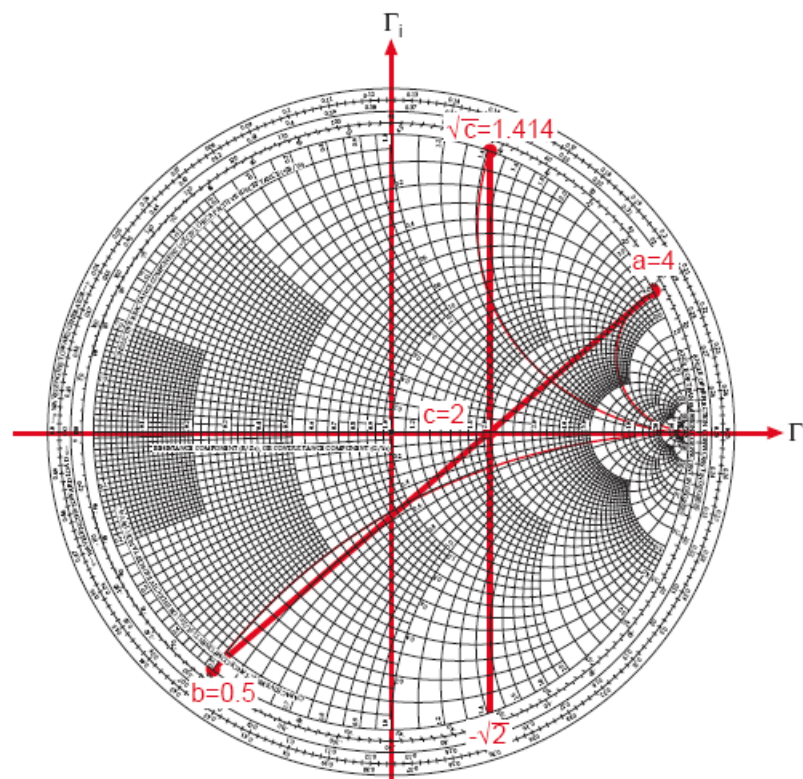
טריגונומטריה $\tan\theta$ או $\cot\theta$

תנועה על המעגל החיצוני ($ZL = 0$) פירושה לפי משוואה (5):

$$(14) \quad x(z) = \tan(\beta z)$$

ולפיכך מתוך הסקלה של ציר הסיבוב ניתן לקרוא בקלות את הפונקציה הטריגונומטרית המבוקשת.

איור 10 מדגים חלק מחישובים אלו.



איור 10 דיאגרמת סמית ככלי לחישובים אלגבריים ממשיים

מראי מקום

- [1] P.H. Smith, "Transmission Line Calculator", **Electronics**, Vol. 12, No.1, pp. 29-31, January 1939.
- [2] P.H. Smith, "Improved Transmission Line Calculator", **Electronics**, Vol. 17, No.1, p. 130, January 1944.
- [3] P.H. Smith, *Electronic Applications of the Smith Chart in Waveguide, Circuit and Component Analysis*, McGraw Hill, 1969, Noble Publishing, 1995 and 2000.
- [4] Mizuhashi Tosaku, "Theory of Four Terminal Impedance Transformation Circuit and Matching Circuit", **The Journal of the Institute of Electrical Communication Engineers in Japan**, pp. 1053-1058, December 1937.
- [5] G.A. Campbell, "Physical Theory of the Electric Wave Filter", **The Bell System Technical Journal**, Vol. 1, No.2, pp. 1-32, November 1922.
- [6] K.C. Gupta, R. Garg, I. Bahl and P. Bhartia, *Microstrip Lines and Slot Lines*, 2nd Edition, Artech House, 1996.

- [7] M.A.R. Gunston, Microwave Transmission Line Impedance Data, Noble Publishing, 1997.
- [8] K.C. Chan and A. Harper, "Impedance Matching and Smith Chart – The Fundamentals", **RF Design**, pp. 52-66, July 2000.
- [9] D.M. Pozar, Microwave Engineering, John Wiley and sons, 2004.
- [10] Smith Charts by Frank Lynch
www.ieee.li/pdf/viewgraphs/smith_chart_tutorial.pdf
- [11] The Smith Chart by Ali M. Niknejad
rfic.eecs.berkeley.edu/142/pdf/lect8_smith.pdf
- [12] Mysteries of the Smith Chart by Stephen D. Steams
rfic.eecs.berkeley.edu/142/pdf/lect8_smith.pdf
- [13] Philip Smith – A Brief Biography by Randy Rhea
sss-mag.com/smith01.html